

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Правительница страны мигунов злая колдунья Бастинда приказала доставить ей 0.5 тонны изумрудной крошки. В шахтах мигуны заготовили 15 мешков по 1.5 пуда каждый и 20 мешков по 40 фунтов каждый. Известно, что 1 пуд = 16.4 кг, а 1 фунт = 0.45 кг.

а) Найдите общую массу заготовленной крошки. Ответ выразите в килограммах, округлите до десятых.

Ответ: 729.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

б) Мигуны выполнили приказ. Сколько килограммов осталось лишних? Ответ округлите до десятых.

Ответ: 229.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

в) На заготовку одного фунта изумрудной крошки мигуны тратят 10 минут. Сколько времени потратили мигуны на заготовку излишка? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 84.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 4 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Масса крошки в 15 мешках: $15 \cdot 1.5 = 22.5$ пуда. Переведём в килограммы: $22.5 \cdot 16.4 = 369$ кг. Масса крошки в 20 мешках: $20 \cdot 40 = 800$ фунтов. Переведём в килограммы: $800 \cdot 0.45 = 360$ кг. Общая масса: $M = 729.0$ кг.

б) Бастинда просила доставить ей 0.5 тонны изумрудной крошки, т. е. $0.5 \cdot 1000 = 500$ кг. Общая масса заготовленной крошки больше, поэтому приказ Бастинды выполнен, причём осталось $m = 729.0 - 500 = 229.0$ кг излишка.

в) Масса излишка в фунтах: $\frac{229}{0.45} = 508.89$ фунта. По условию на заготовку одного фунта изумрудной крошки мигуны тратят 10 минут, значит, на заготовку 508.89 фунта они потратили лишних $508.89 \cdot 10 = 5088.9$ минуты, т. е. $t = \frac{5088.9}{60} = 84.8$ часа.

В некоторых вариантах задачи мигуны не выполнили приказ и заготовленной изумрудной крошки не хватило. В таком случае во втором вопросе необходимо найти разность между запросом Бастинды и заготовленным количеством крошки. А в третьем вопросе по аналогии с вышесказанным рассчитать время, которое нужно затратить мигунам для заготовки недостающего количества крошки.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

Случай, когда мигуны выполнили приказ

№ варианта	n_1 , мешков	m_1 , пуд	n_2 , мешков	m_2 , фунт	M , кг	m , кг	t , ч
1	15	1.5	20	40	729	229	84.4
2	10	1.7	15	45	582.6	82.6	30.6
3	11	1.6	16	44	605.4	105.4	39.1
4	12	1.4	17	43	604.5	104.5	38.7
5	13	1.3	18	42	617.4	117.4	43.5
6	14	1.7	19	41	740.9	240.9	89.2
7	16	1.6	21	39	788.4	288.4	106.8
8	17	1.5	22	38	794.4	284.4	109
9	18	1.4	23	37	796.2	296.2	109.7
10	19	1.3	24	36	793.9	293.9	108.8
11	20	1.7	25	35	951.4	451.4	167.2
12	10	1.6	15	45	566.2	66.2	24.5
13	11	1.5	16	44	587.4	87.4	32.4
14	12	1.4	17	43	604.5	104.5	38.7
15	13	1.3	18	42	617.4	117.4	43.5
16	14	1.7	19	41	740.9	240.9	89.2
17	15	1.6	20	40	753.6	253.6	93.9
18	16	1.5	21	39	762.2	262.2	97.1
19	17	1.4	22	38	766.5	266.5	98.7
20	18	1.7	23	37	884.8	384.8	142.5
21	19	1.4	24	36	825	325	120.4
22	20	1.3	25	35	820.2	320.2	118.6

Задание 1. Вариант 2. Правительница страны мигунов злая колдунья Бастинда приказала доставить ей 0.8 тонны изумрудной крошки. В шахтах мигуны заготовили 15 мешков по 1.3 пуда каждый и 20 мешков по 35 фунтов каждый. Известно, что 1 пуд = 16.4 кг, а 1 фунт = 0.45 кг.

а) Найдите общую массу заготовленной крошки. Ответ выразите в килограммах, округлите до десятых.

Ответ: 634.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

б) Мигуны не выполнили приказ. Сколько килограммов изумрудной крошки не хватило? Ответ округлите до десятых.

Ответ: 165.2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

в) На заготовку одного фунта изумрудной крошки мигуны тратят 10 минут. Сколько времени мигунам понадобится, чтобы заготовить недостающее количество крошки? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 61.2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 4 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение по аналогии с вариантом 1

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

Случай, когда мигуны НЕ выполнили приказ

№ варианта	n_1 , мешков	m_1 , пуд	n_2 , мешков	m_2 , фунт	M , кг	m , кг	t , ч
1	15	1.3	20	35	634.8	165.2	61.2
2	10	1.3	15	35	449.5	350.6	129.8
3	11	1.3	16	35	486.5	313.5	116.1
4	12	1.3	17	35	523.6	276.4	102.4
5	13	1.3	18	35	560.7	239.3	88.6
6	14	1.3	19	35	597.7	202.3	74.9
7	16	1.3	21	35	671.9	128.1	47.5
8	17	1.3	22	35	708.9	91.1	33.7
9	19	1.3	24	35	783.1	16.9	6.3
10	10	1.4	15	36	472.6	327.4	121.3
11	11	1.4	16	36	511.8	288.2	106.8
12	12	1.4	17	36	550.9	249.1	92.3
13	13	1.4	18	36	590.1	209.2	77.7
14	14	1.4	19	36	629.2	170.8	63.2
15	16	1.4	21	36	707.6	92.4	34.2
16	17	1.4	22	36	746.7	53.3	19.7
17	18	1.4	23	36	785.9	14.1	5.2

Задание 2. Вариант 1. Элли в волшебных туфельках убегает от саблезубых тигров по прямой тропе со скоростью 15 км/ч. Тигры бегут за ней со скоростью 54 км/ч. Навстречу Элли бежит Трусливый Лев, повредивший лапу, со скоростью 12 км/ч. Начальное расстояние между Элли и тиграми равно 800 м, между Элли и Львом — 500 м.

а) С какой скоростью сближаются Элли и Лев?

Ответ:

- 3 км/ч;
- 12 км/ч;
- 15 км/ч;
- ✓ 27 км/ч
- Нет верного ответа;

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Через какое время Элли встретит Льва? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых.

Ответ: 66.7

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Какое расстояние будет между Элли и тиграми в момент встречи Элли и Льва? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: 77 или 78

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Элли и Лев хотели скрыться от тигров в пещере, находящейся в 100 метрах от точки встречи героев по направлению бега Элли, но не успели. Сколько времени им не хватило? Ответ выразите в секундах, округлите до целых. Считайте, что после встречи с Элли Лев побежал рядом с такой же, как у неё, скоростью.

Примечание: при встрече с тиграми Лев защитил Элли, так что всё закончилось хорошо.

Ответ: ответ засчитывается в диапазоне [16; 18]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 4 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Переведём скорости Элли, Тигров и Льва в м/с. $1 \text{ м/с} = 3.6 \text{ км/ч}$. Поэтому получим, что скорость Элли $15 \text{ км/ч} = \frac{15}{3.6} = 4.167 \text{ м/с}$. Скорость тигров: $54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с}$. Скорость льва: $12 \text{ км/ч} = 3.333 \text{ м/с}$. Относительная скорость сближения Элли и Льва $v_{сб} = 15 + 12 = 27 \text{ км/ч} = 7.5 \text{ м/с}$.

б) Начальное расстояние между Элли и Львом 500 метров, значит, они встретятся через $t_1 = \frac{500}{7.5} = 66.7$ секунды.

в) Расстояние между Элли и тиграми в момент встречи Элли и Льва найдём так. Элли и тигры движутся в одном направлении, поэтому относительная скорость приближения тигров к девочке $15 - 4.167 = 10.833 \text{ м/с}$. За 66.7 секунды тигры приблизились к Элли на 722.56 м, т. е. между ними осталось $s = 800 - 722.56 = 77.44 \text{ м}$, т. е. примерно 77 метров. При решении задачи без промежуточных округлений, будет получен ответ $800 - 722.22 = 77.78$ метра, т. е. примерно 78 метров. Оба считаются верными.

г) Чтобы спрятаться в пещере, Элли и Льву нужно ещё $\frac{100}{4.167} = 24 \text{ с}$. Тигры догонят Элли через $\frac{77.4}{10.833} = 7.1$ секунды (расстояние между ними разделили на относительную скорость сближения). Чтобы оказаться в безопасности, Элли и Льву нужно ещё $t_2 = 24 - 7.1 = 16.9$ секунды, т. е. примерно 17 секунд. Именно столько времени им и не хватило, чтобы спрятаться.

В некоторых вариантах этой задачи Элли и Лев успевают скрыться от тигров в пещере. Ответ на вопрос: «На сколько опоздали саблезубые тигры?» находится аналогично вышесказанному.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

Случай, когда Элли и Лев НЕ успели скрыться в пещере

№ варианта	$v_{\text{Э}},$ км/ч	$v_{\text{Л}},$ км/ч	$S_{\text{Э/Т}},$ м	$S_{\text{Э/Л}},$ м	$v_{\text{сб}},$ км/ч	$t_1, \text{ с}$	$s, \text{ м}$	$t_2^{\text{min}}, \text{ с}$	$t_2^{\text{max}}, \text{ с}$
1	15	12	800	500	27	66.7	77 или 78	16	18
2	13	11.5	830	460	24.5	67.6	60 или 61	21	23
3	13.5	10.5	840	465	24	69.8	55 или 56	21	23
4	14	11	850	470	25	67.7	98 или 99	16	18
5	14.5	11.5	860	475	26	65.8	138 или 139	11	13

Задание 2. Вариант 2. Элли в волшебных туфельках убегает от саблезубых тигров по прямой тропе со скоростью 13.5 км/ч. Тигры бегут за ней со скоростью 54 км/ч. Навстречу Элли бежит Трусливый Лев, повредивший лапу, со скоростью 10.5 км/ч. Начальное расстояние между Элли и тиграми равно 1130 м, между Элли и Львом — 455 м.

а) С какой скоростью сближаются Элли и Лев?

Ответ:

- 5 км/ч
- 14 км/ч
- 22 км/ч
- ✓ 24 км/ч
- Нет верного ответа;

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Через какое время Элли встретит Льва? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых.

Ответ: 68.3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Какое расстояние будет между Элли и тиграми в момент встречи Элли и Льва? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: ответ засчитывается в диапазоне [362; 363]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Элли и Лев успели скрыться от тигров в пещере, находящейся в 100 метрах от точки встречи героев по направлению бега Элли. На сколько опоздали саблезубые тигры? Ответ выразите в секундах, округлите до целых. Считайте, что после встречи с Элли Лев побежал рядом с такой же, как у неё, скоростью.

Ответ: ответ засчитывается в диапазоне [5; 7]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 4 балла

Максимальный балл за задание — 10

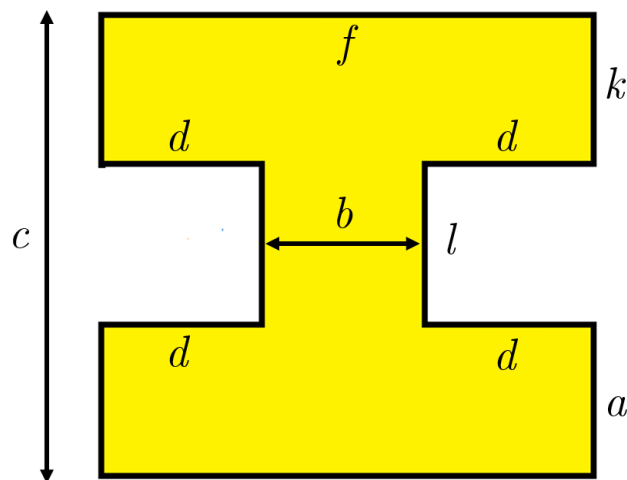
Решение по аналогии с вариантом 1

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

Случай, когда Элли и Лев успели скрыться в пещере

№ варианта	$v_{\text{Э}}$, км/ч	$v_{\text{Л}}$, км/ч	$S_{\text{Э/Т}}$, м	$S_{\text{Э/Л}}$, м	$v_{\text{сб}}$, км/ч	t_1 , с	s , м	t_2^{min} , с	t_2^{max} , с
1	13.5	10.5	1130	455	24	68.3	362 или 363	5	7
2	14	12	1140	475	26	65.8	409 или 410	10	12
3	14	10	1150	495	24	74.3	324 или 325	2	4
4	14.5	10.5	1160	515	25	74.2	346 или 347	6	8
5	15	11	1170	535	26	74.1	367 или 368	9	11
6	15.5	11.5	1180	555	27	74	389 или 390	12	14
7	16	12	1190	575	28	73.9	410 или 411	15	17

Задание 3. Вариант 1. Страшила решил выращивать на своём поле волшебные цветы по новой технологии. Для этого ему нужно было подготовить грядки такой формы, как на схеме.



а) Известно, что $c = 435$ см, $d = 145$ см, $f = 420$ см, $k = 155$ см, $l = 140$ см. Чему равны a и b на рисунке? Ответы выразите в сантиметрах, округлите до целых.

Ответ: $a: 140$ см; $b: 130$ см

Критерий оценивания: за каждый верный ответ — 1 балл. Всего — 2 балла

б) Чему равна площадь одной такой грядки? Ответ выразите в квадратных метрах, округлите до десятых.

Ответ: 14.2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Под грунт на каждую грядку укладывается слой песка толщиной 9 см. Какой объём песка понадобится, чтобы сформировать нижние слои в пяти грядках? Считайте, что при транспортировке и засыпании песка его не утрамбовывают. Ответ выразите в кубических метрах, округлите до десятых.

Ответ: 6.4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) У Железного Дровосека есть тачка, вмещающая 110 л песка. Один кубический метр песка имеет массу 1500 кг. Какая масса песка помещается в тачку Железного Дровосека? Ответ выразите в килограммах, округлите до целых.

Ответ: 165

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

д) Страшила попросил Железного Дровосека привезти для пяти грядок песок с берега реки. Какое расстояние придётся пройти Железному Дровосеку, чтобы привезти Страшילה требуемое количество песка? От поля до берега реки 100 метров, в начале первого похода за песком Железный Дровосек был на поле. Считайте, что Дровосек берёт все порции песка из одного места и сыпает их на поле в одно и то же место. Ответ выразите в километрах, округлите до десятых.

Ответ: 11.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) По рисунку размеры такие: $a = c - k - l = 435 - 155 - 140 = 140$ см; $b = f - d - d = 420 - 145 - 145 = 130$ см.

б) Посчитаем площадь грядки так: сначала найдём площадь всего прямоугольника, а затем вычтем из неё площади «вырезов». Площадь всего прямоугольника: $f \cdot c = 420 \cdot 435 \text{ см}^2 = 4.2 \cdot 4.35 \text{ м}^2 = 18.27 \text{ м}^2$. Площадь обоих «вырезов»: $2 \cdot l \cdot d = 2 \cdot 140 \cdot 145 \text{ см}^2 = 2 \cdot 1.4 \cdot 1.45 \text{ м}^2 = 4.06 \text{ м}^2$. Таким образом, площадь грядки: $S = 18.27 - 4.06 = 14.21 \text{ м}^2$. Можно было выполнить расчёт и другими способами.

в) Теперь найдем объём песка для формирования грядок. $V = 5 \cdot 0.09 \cdot 14.21 = 6.3945 \text{ м}^3$, т. е. примерно 6.4 м^3 .

г) Тачка Дровосека имеет объём $110 \text{ л} = 0.11 \text{ м}^3$. В тачку вмещается $0.11 \cdot 1500 = 165 \text{ кг}$ песка.

д) Чтобы привезти нужный объём песка, Дровосеку нужно $\frac{6.3945}{0.11} = 58.13$, т. е. 59 раз сходить до берега реки и обратно. Значит, он пройдёт $59 \cdot 200 = 11800 \text{ м} = 11.8 \text{ км}$. Хорошо, что берег недалеко!

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

Пункты а, б, в, д, е)

№ варианта	c , см	d , см	f , см	k , см	l , см	a , см	b , см	S , м ²	V , м ³	R , км
1	435	145	420	155	140	140	130	14.2	6.4	11.8
2	425	145	455	130	135	160	165	15.4	6.9	12.6 или 12.8
3	425	140	440	145	135	145	160	14.9	6.7	12.2 или 12.4
4	440	140	430	145	135	160	150	15.1	6.8	12.4
5	445	150	410	150	145	150	110	13.9	6.3	11.6 или 11.4
6	430	130	455	135	125	170	195	16.3	7.3	13.4
7	435	140	420	140	140	155	140	14.4	6.5	12 или 11.8
8	430	145	450	155	140	135	160	15.3	6.9	12.6
9	425	130	440	160	150	115	180	14.8	6.7	12.2
10	445	140	415	140	140	165	135	14.5	6.5	12
11	445	150	420	155	130	160	120	14.8	6.7	12.2
12	445	135	455	140	130	175	185	16.7	7.5	13.8
13	425	150	405	155	130	140	105	13.3	6	11
14	440	130	430	160	150	130	170	15	6.8	12.4
15	425	145	420	155	140	130	130	13.8	6.2	11.4
16	440	150	440	150	145	145	140	15	6.8	12.4
17	445	145	445	155	140	150	155	15.7	7.1	13
18	435	140	415	145	135	155	135	14.3	6.4	11.8
19	445	140	405	145	135	165	125	14.2	6.4	11.8
20	430	150	415	150	145	135	115	13.5	6.1	11.2
21	425	140	450	140	140	145	170	15.2	6.8	12.4 или 12.6
22	430	130	410	160	150	120	150	13.7	6.2	11.4
23	440	135	425	140	130	170	155	15.2	6.8	12.4 или 12.6